

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA A IX-A

I.

- a) Să se demonstreze că $\frac{1}{2\sqrt{n+1}} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}}, (\forall)n \geq 1$.
- b) Dacă $a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2007}} - 2\sqrt{2007}$, iar $b = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008}} - 2\sqrt{2008}$, să se compare numerele a și b .

II. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție verificând condiția: $(*) xf(x) + (1-x)f(-x) = x+1, (\forall)x \in \mathbb{R}$.

- a) Să se calculeze $f(1)$ și $f(-1)$.
- b) Să se determine funcțiile de gradul al doilea ce verifică relația $(*)$.

III. Se consideră șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația

$$x_{n+1} = x_n + 1 + \sqrt{4 \cdot x_n + 1}, (\forall)n \geq 0, \text{ iar } x_0 = 2.$$

- a) Dacă $y_n = \sqrt{4x_n + 1}$, să se arate că șirul y_n este progresie aritmetică.
- b) Să se găsească formula termenului general al șirului y_n
- c) Să se arate că toți termenii șirului x_n sunt numere naturale.

IV. O echipă de baschet se află înaintea ultimului meci al unui turneu. Dacă marchează 24 de puncte, atunci media punctelor pe meci este de 16 puncte, iar dacă marchează 51 de puncte, atunci media punctelor pe meci este de 19 puncte. Câte meciuri va disputa echipa în cadrul turneului?

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7